TU Clausthal

Institut für Informatik

Prof. Dr. J. Dix
T. Ahlbrecht, M.Sc.

Übungen zur Vorlesung

Informatik III

– 1. Übung: Sprachen & Grammatiken –

Datum: 26. Okt. 2020

Punkte:

__________ von 31

Gruppe / Tutor:

Name(n) & Matr.-Nr.:

Allgemeine Hinweise:

- Für die Klausurzulassung müssen Sie folgende drei Bedingungen erfüllen:
  - mindestens 50% der Gesamtpunktzahl von allen Übungszetteln erreichen,
  - mindestens 20% auf jedem einzelnen Übungszettel erreichen, und
  - mindestens zwei mal Ihre Lösung zu einer Aufgabe alleine in der Übung vorstellen.
- Geben Sie Ihre Lösung bitte im GATE-System unter `https://si.in.tu-clausthal.de` ab.
- Die Übungszettel dürfen in 2er-Gruppen bearbeitet und abgegeben werden.
- Plagiate (und deren Originale) werden mit 0 Punkten bewertet.
- In Abhängigkeit von der erreichten Gesamtpunktzahl können „Bonuspunkte" für die Klausur gesammelt werden (im besten Fall eine Verbesserung um $0,3/0,4$ auf der Notenskala).

Aufgabe 1 (9 Punkte, Operationen auf Sprachen)

Gegeben seien die Sprachen $L_1 = \{c, ba, cc\}$ und $L_2 = \{\varepsilon, 12, 21, c\}$.

(a) Bestimmen Sie die Sprachen

(1) $L_3 = L_1 \circ L_2$

(2) $L_4 = (L_1^R \circ L_1^R)^R$

(3) $L_5 = (L_1^R \circ L_2^R)^R$

(4) $L_6 = (L_1^R \cap L_2^*) \circ \emptyset$

und geben Sie zu jeder Sprache die Anzahl ihrer Elemente an.

(b) Geben Sie zwei unendliche und zwei endliche Sprachen über dem Alphabet $\{a, b\}$ an, für die gilt $LL = L^+$. Geben Sie ebenso zwei endliche und zwei unendliche Sprachen an, für die diese Identität nicht gilt.

(c) Zählen Sie alle Wörter von $L_6 = \{w \in (L_1 \cup L_2)^* \mid |w| = 2\}$ auf.

Aufgabe 2 (5 Punkte, Ableitungen in Grammatiken)

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, T, R, S)$ mit $V = \{S, A, B, C\}$, $T = \{a, b, c\}$ und $R = \{S \to AB|ABC, A \to B|bA|bB, B \to CA|a|baB, C \to B|CC|ccC|ba\}$. Versuchen Sie, die Wörter $bbaccbabbaaba$ und $bbaccbbababa$ in G abzuleiten. Welches Wort ist nicht ableitbar? Beweisen Sie, warum es nicht ableitbar ist.

Abgabe:

6. Nov. 2020 bis 15 Uhr im GATE-System

Aufgabe 3 (9 Punkte, Reguläre Ausdrücke)

Geben Sie jeweils einen regulären Ausdruck für die folgenden Sprachen über $\Sigma^* = \{a, b\}$ an.

(a) $L_1 = \{a, aa, aaa, ababa\}$

(b) $L_2 = \Sigma^* \setminus \Im(b^*)$

(c) $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält nicht } bb\}$

(d) $L_4 = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) = 4\}$

(e) $L_5 = \{w \in \Sigma^* \mid \exists k \in \mathbb{N}_0 : \#_a(w) + \#_b(w) = 3k\}$

Aufgabe 4 (8 Punkte, Grammatiken)

L_1 bestehe aus den vier Wörtern “Ich arbeite”, “Ich spiele”, “Sie arbeitet”, “Sie spielt”.
Wir erweitern L_1 zu L_2 und L_3 wie folgt:

- L_2 enthält alles aus L_1 und zusätzlich die Sätze:
  - Ich glaube “...”
  - Sie glaubt “...”

  wobei “...” ebenso gebildet werden darf (z.B. ist “Ich glaube Sie glaubt Ich glaube Ich arbeite” in L_2).
- L_3 enthält alles aus L_1 und zusätzlich die Sätze:
  - Ich arbeite, falls gilt: “...”, sonst gilt: “...”
  - Sie arbeitet, falls gilt: “...”, sonst gilt: “...”

  wobei “...” ebenso gebildet werden darf.

Geben Sie eine Grammatik für L_2, eine für L_3 und eine für $L_2 \cup L_3$ an.

Aufgabe 5 (0 Punkte, Extra (15 Punkte))

Seien R und S reguläre Sprachen über einem Alphabet Σ. Betrachten Sie die folgende Gleichung (als Identität von Mengen) $X = (R \circ X) \cup S$.

(a) Angenommen, R enthält nicht ε. Zeigen Sie, dass die Gleichung eine **eindeutige** Lösung hat (es also genau eine Sprache X über Σ gibt, die die Gleichung erfüllt).

(b) Was passiert, wenn ε doch in R enthalten ist?

(c) Kann man daraus folgern, dass die Gleichung entweder nur genau eine oder unendlich viele verschiedene Lösungen hat?